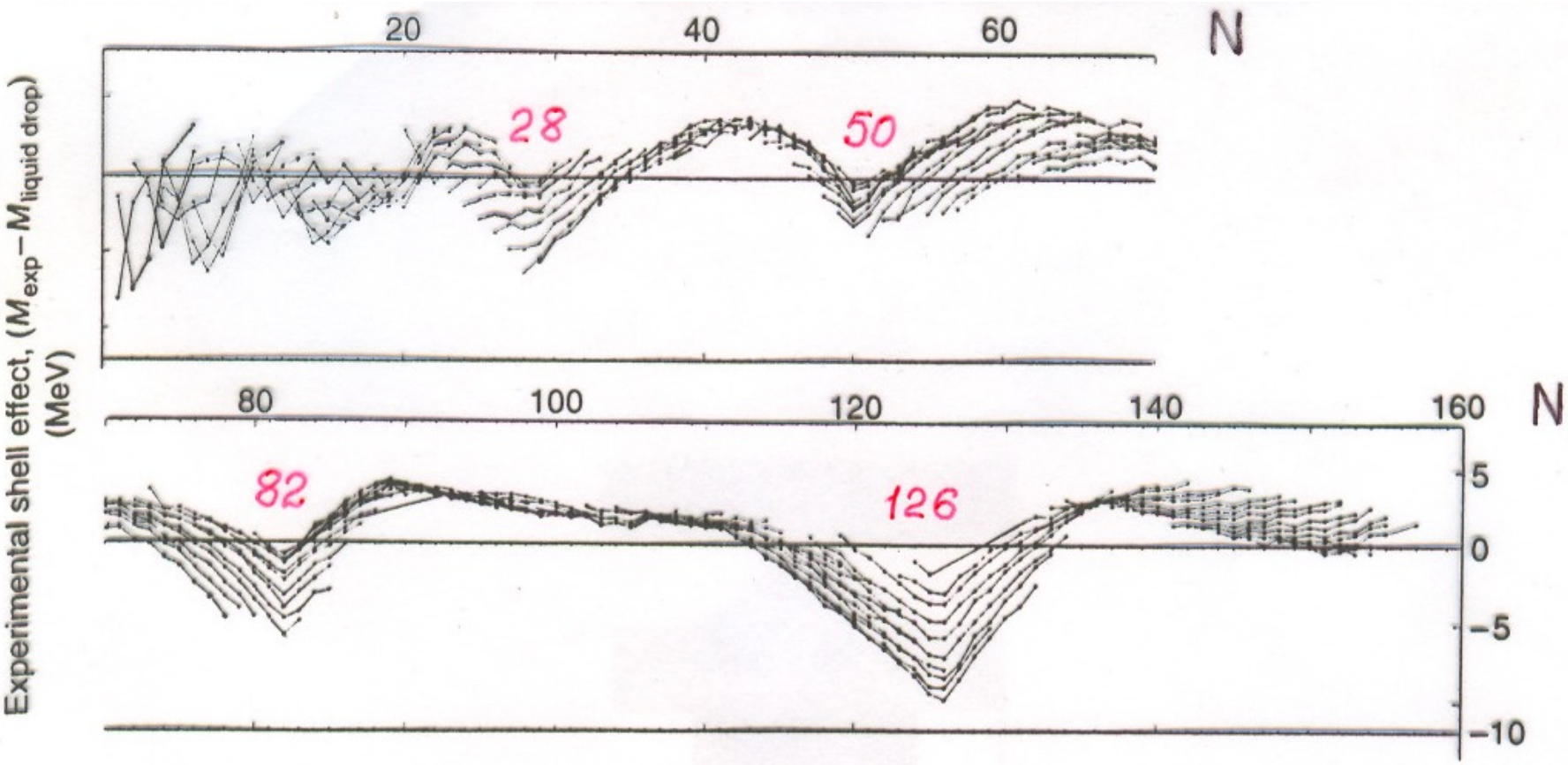
Структура атомных ядер: современные модели

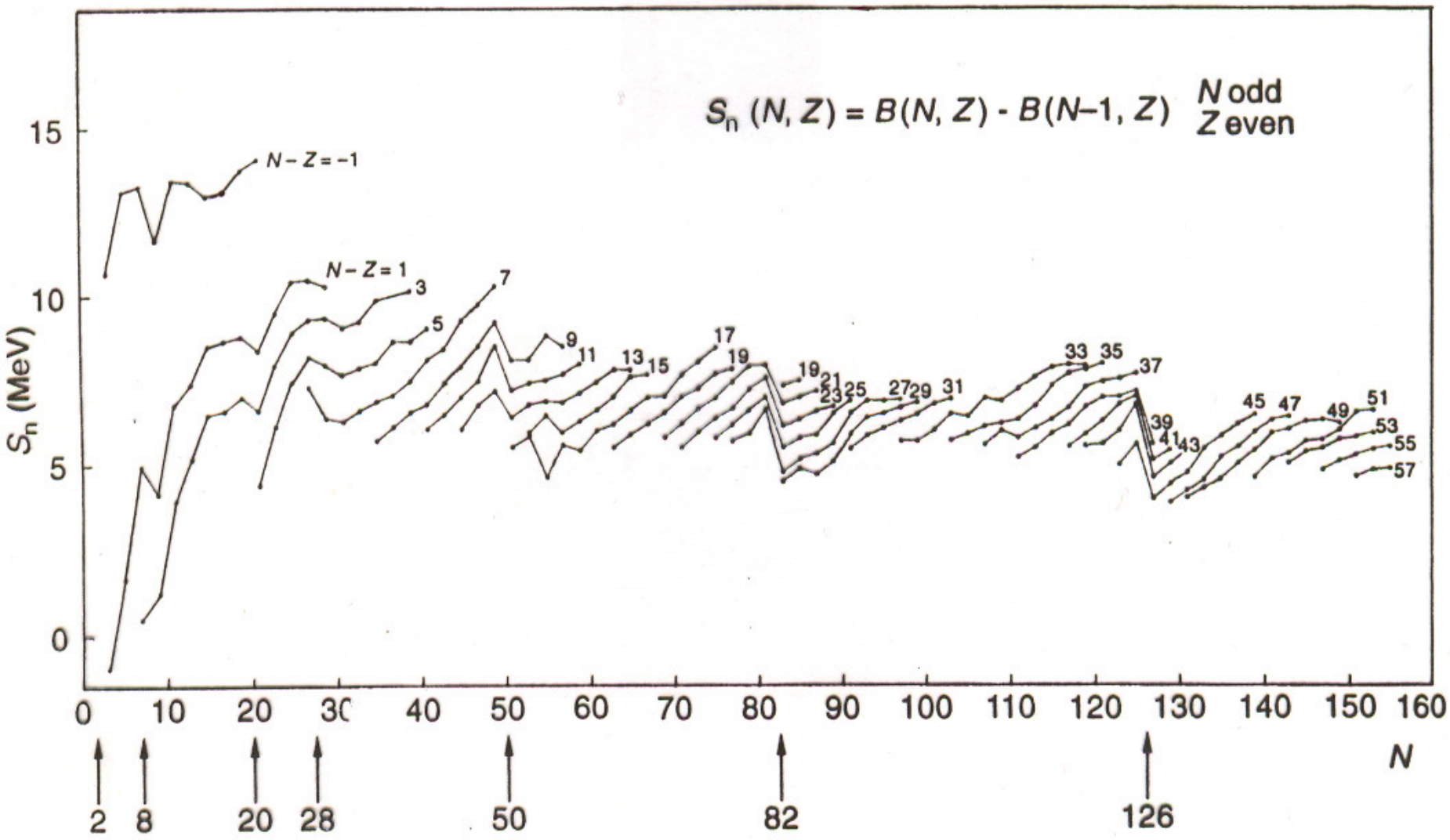
Часть 2. Модель оболочек.
Часть 3. Парные корреляции нуклонов.

И. М. Павличенков

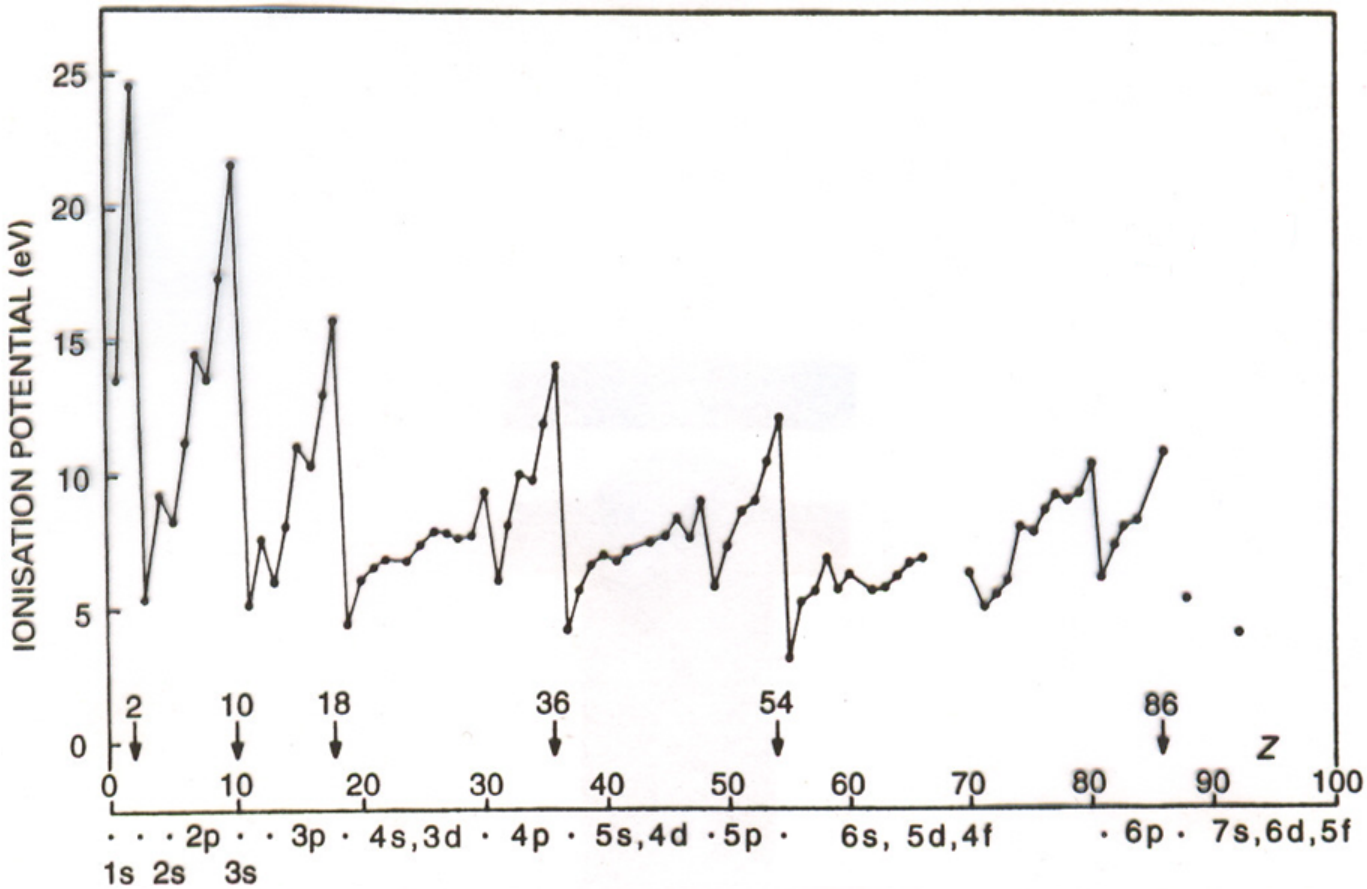
Разность между экспериментальными значениями масс ядер и их массами в модели жидкой капли



Энергия отделения нейтрона в ядрах с нечетным числом нейтронов



Атомные оболочки

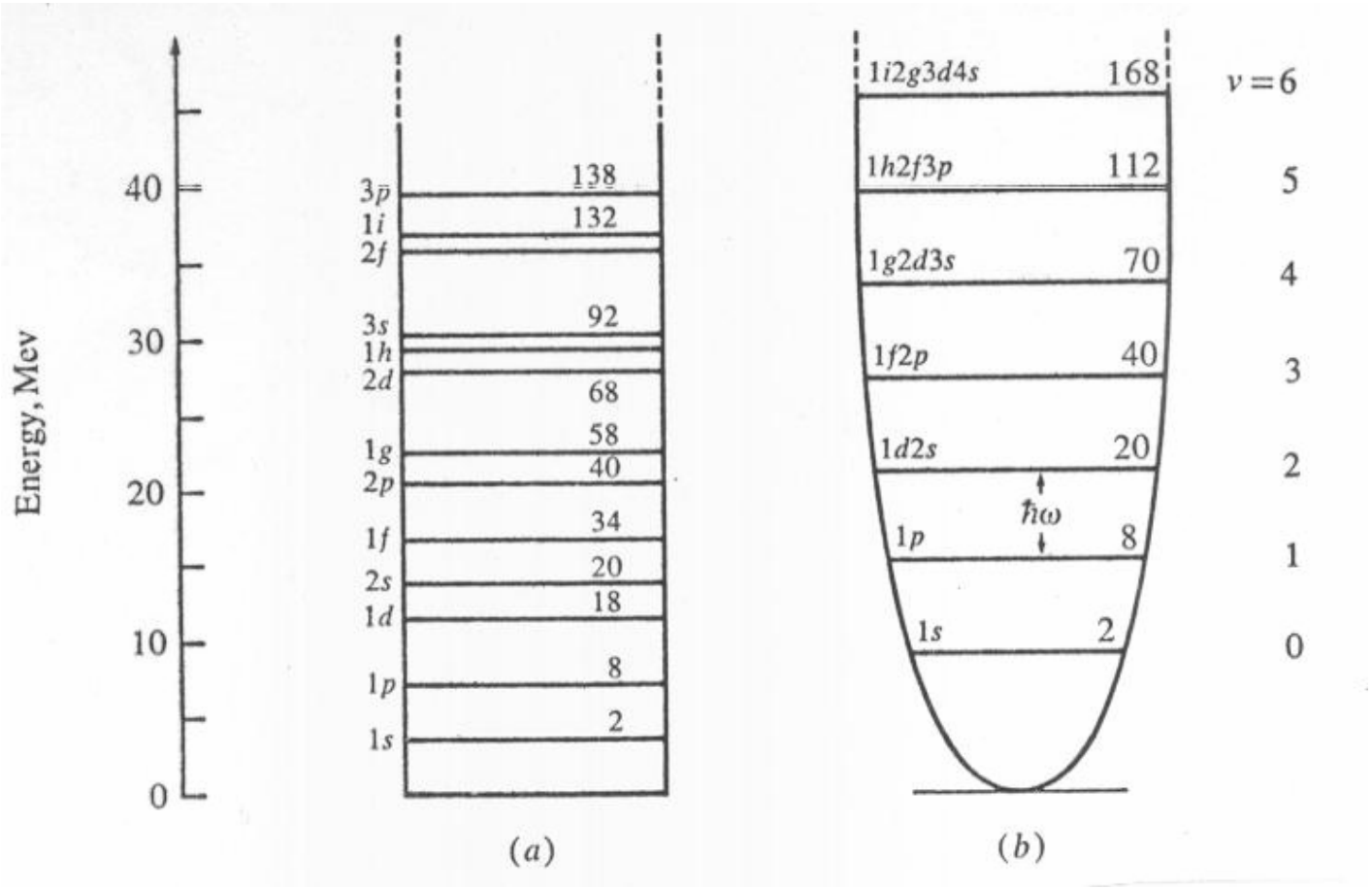


Closed shells calculated from the pure Coulomb potential.

Shell N	ℓ	States $(n+1)\ell$	Number of electrons	Total	Exp.
1	0	1s	2	2	2
2	0, 1	2s, 1p	2+6	10	10
3	0, 1, 2	3s, 2p, 1d	2+6+10	28	18
4	0, 1, 2, 3	4s, 3p, 2d, 1f	2+6+10+14	60	36
5	0, 1, 2, 3, 4	5s, 4p, 3d, 2f, 1g	2+6+10+14+18	110	54

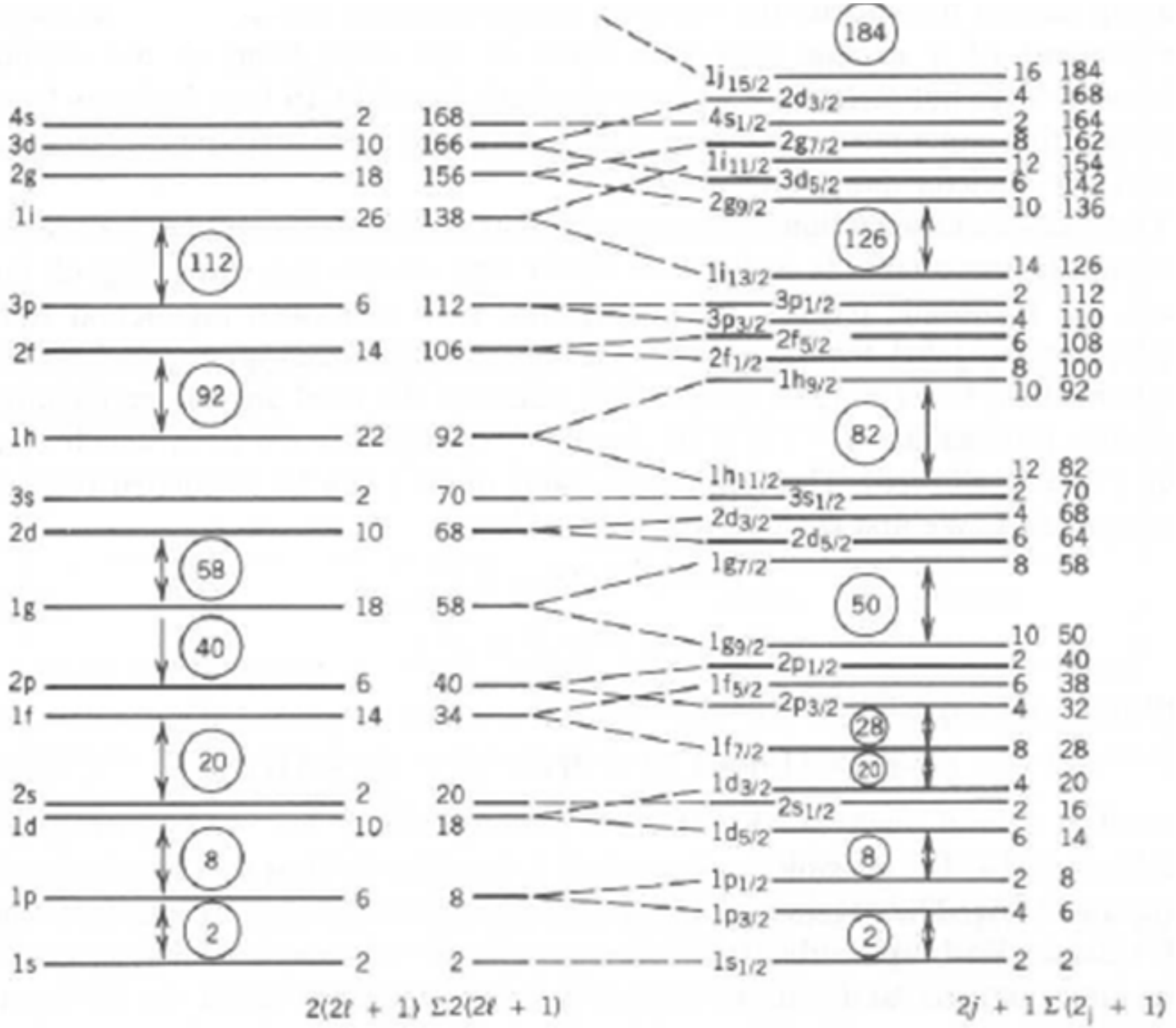
Уровни энергии и числа заполнения для двух потенциалов

a) прямоугольная яма b) осцилляторный потенциал

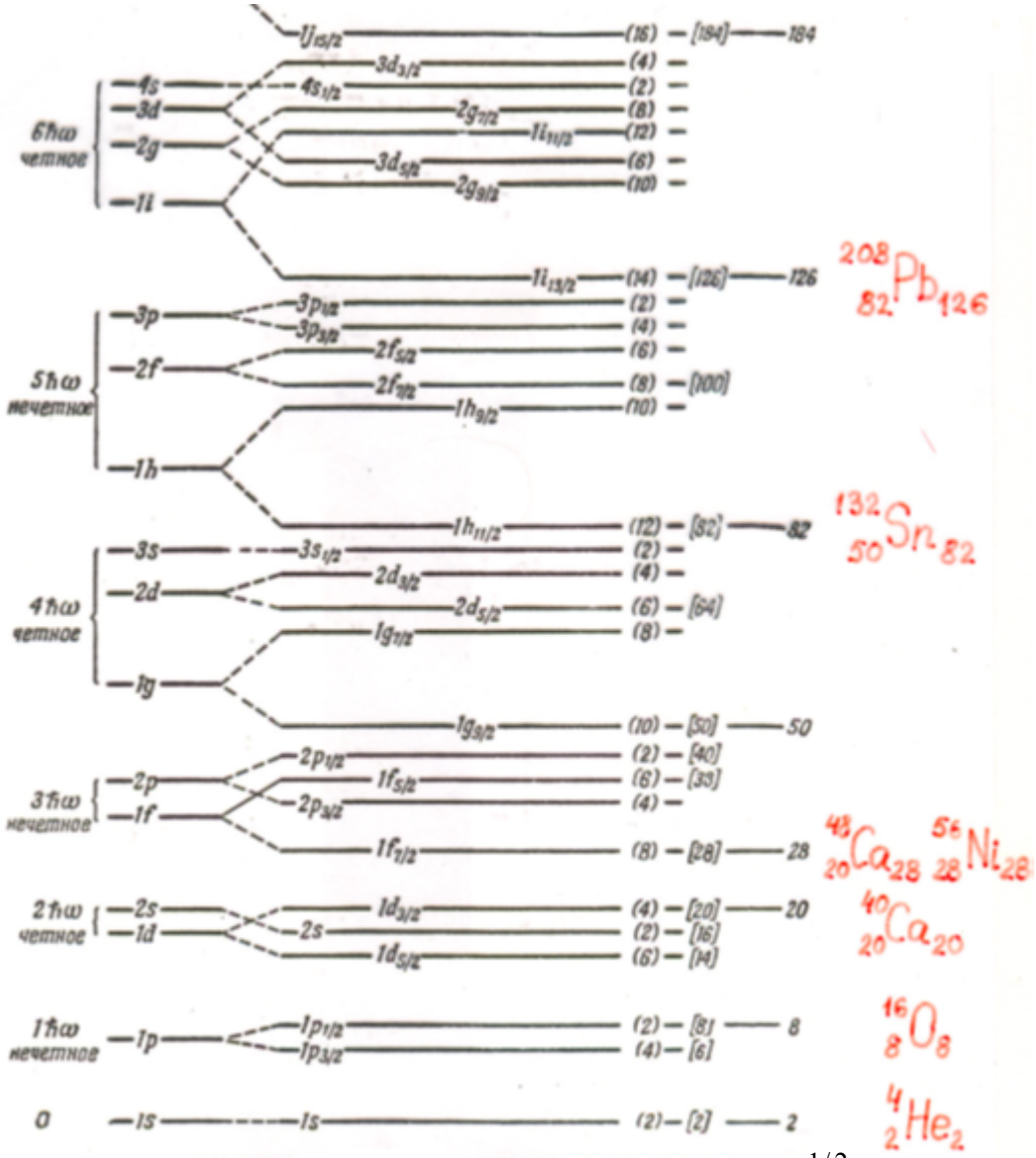


$$E_N = (N + 3/2)\hbar\omega, \quad N = 2n + l$$

Роль спин-орбитального взаимодействия



Модифицированный осцилляторный потенциал (Нильссон, 1955)



$$V(\rho)=\frac{1}{2}\hbar\omega_0\rho^2+\kappa\hbar\omega_0(2\vec{l}\vec{s}+\mu\vec{l}^{\,2}),\quad \rho=r\left(\frac{M\omega_0}{\hbar}\right)^{1/2},\quad \hbar\omega_0=41A^{1/3}MeV$$

Магнитный момент нечетных ядер в модели оболочек

Протоны

Орбитальный момент $\vec{\mu}_l = g_l \vec{l}, \quad g_l = 1$

Спиновый момент $\vec{\mu}_s = g_s \vec{s}, \quad g_s = 5.58$

Нейтроны

Орбитальный момент $\vec{\mu}_l = g_l \vec{l}, \quad g_l = 0$

Спиновый момент $\vec{\mu}_s = g_s \vec{s}, \quad g_s = -3.82$

Спин нечетного ядра = угловому моменту нечетного нуклона $\vec{I} = \vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$

Магнитный момент нечетного ядра = магнитному моменту нечетного нуклона

$$\vec{\mu} = g_l \vec{l} + g_s \vec{s} = \frac{1}{2}(g_l + g_s)(\vec{l} + \vec{s}) + \frac{1}{2}(g_l - g_s)(\vec{l} - \vec{s}) = g_j \vec{j}$$

$$g_j \vec{j}^{\,2} = \frac{1}{2}(g_l + g_s)\vec{j}^{\,2} + \frac{1}{2}(g_l - g_s)(\vec{l}^{\,2} - \vec{s}^{\,2}) \Rightarrow g_j = \frac{1}{2}(g_l + g_s) + \frac{1}{2}(g_l - g_s)\frac{(l-s)(l+s+1)}{j(j+1)}$$

$$g_j = g_l \pm \frac{g_s - g_l}{2l+1} \quad \text{для} \quad j = l \pm 1/2$$

$$\mu = g_j j \qquad \mu(\text{hole}) = \mu(\text{particle})$$

Линии Шмидта

Протоны

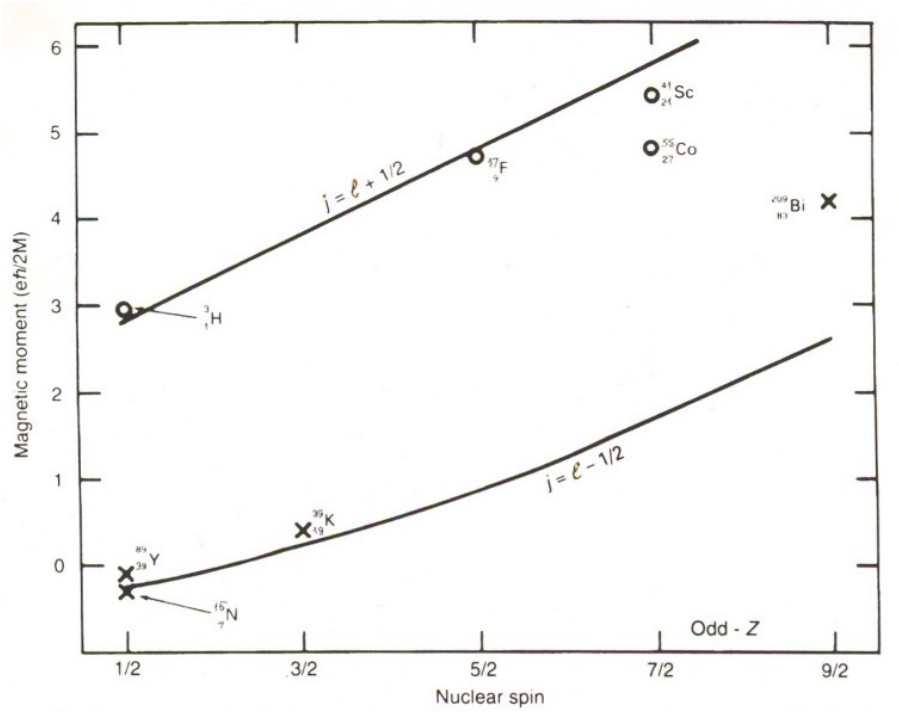
$$\frac{\mu}{\mu_0} = j + 2.29, \quad j = l + 1/2$$

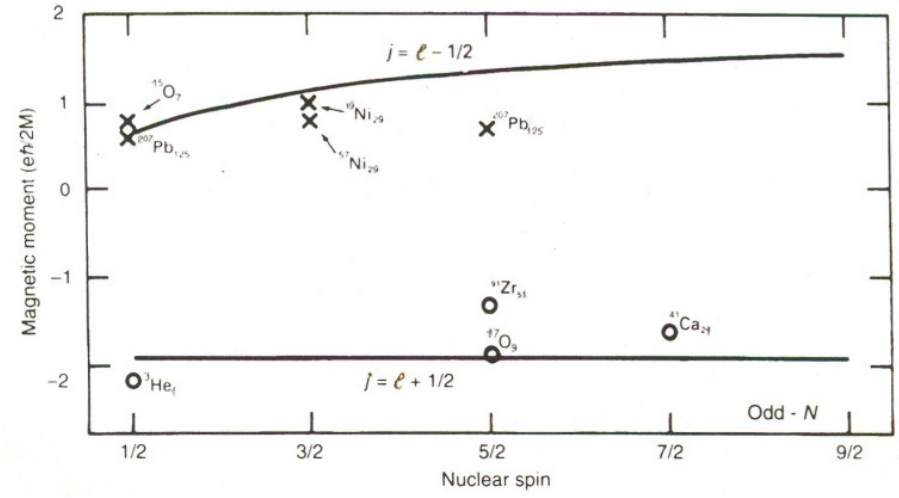
$$\frac{\mu}{\mu_0} = j - 2.29\frac{j}{j+1}, \quad j = l - 1/2 \ \times$$

Нейтроны

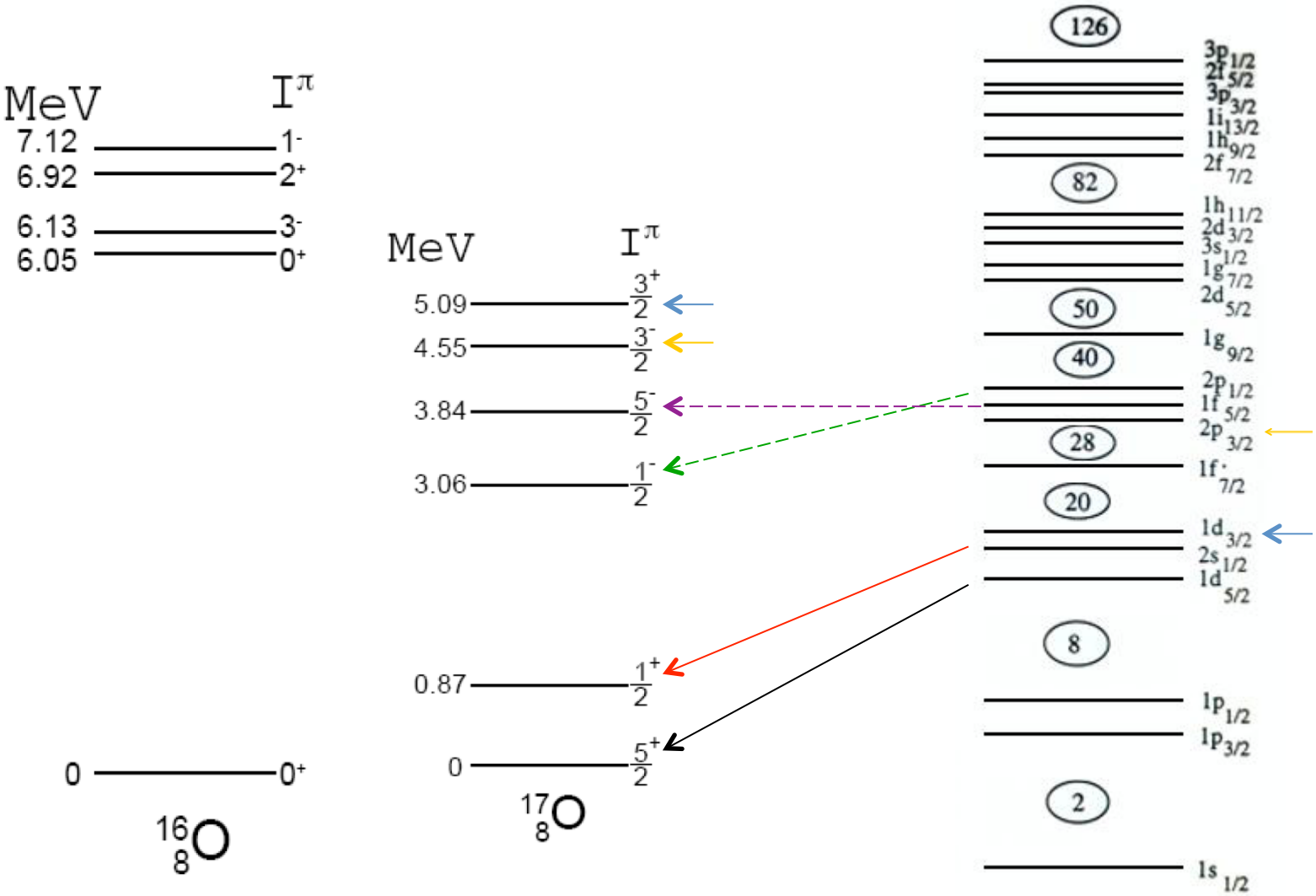
$$\frac{\mu}{\mu_0} = -1.91, \quad j = l + 1/2 \ \times$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1.91\frac{j}{j+1}, \quad j = l - 1/2$$

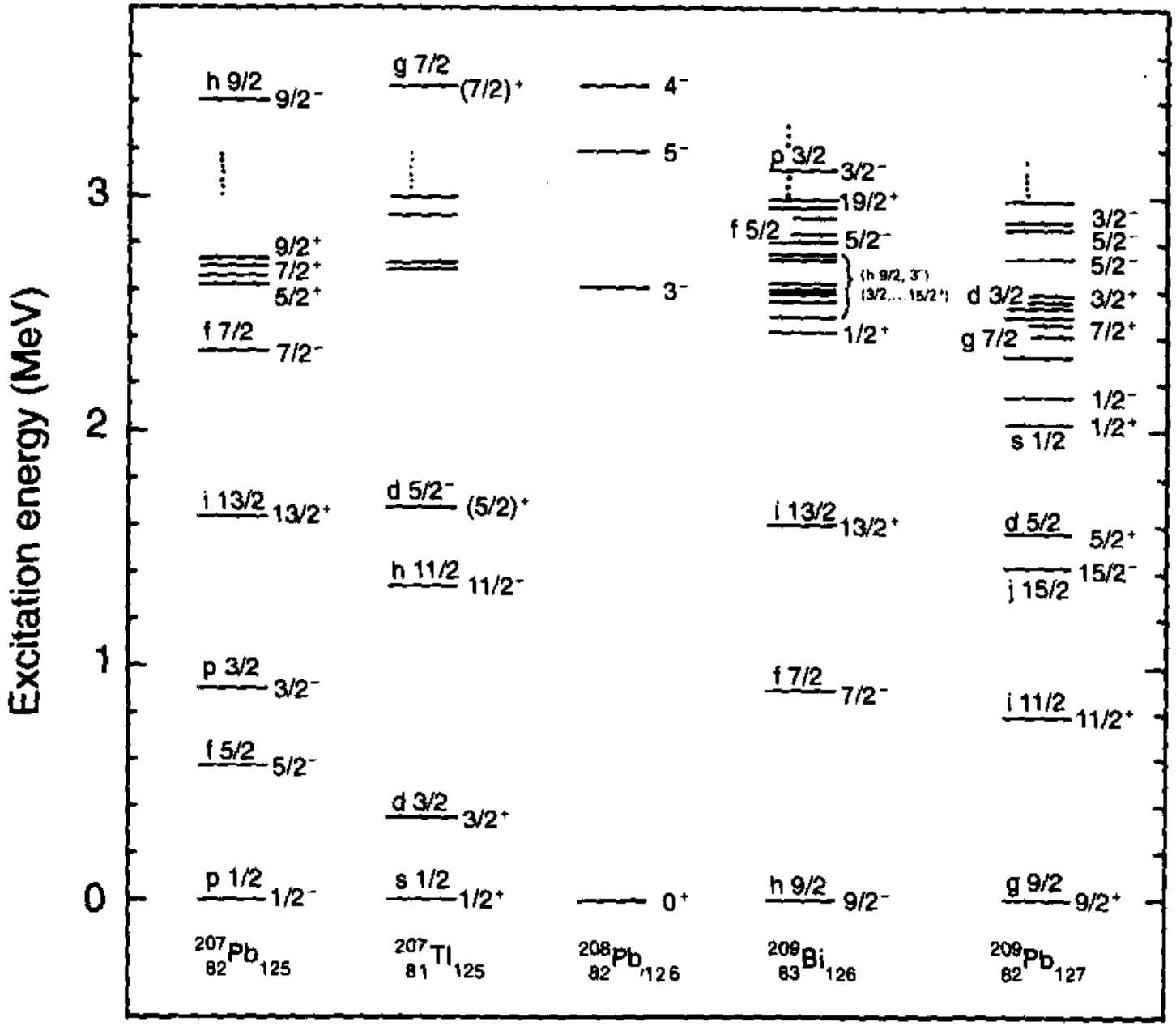




Возбужденные состояния двух изотопов кислорода



Возбужденные состояния в дважды магическом свинце и в соседних ядрах



Квадрупольный момент нечетных ядер в модели оболочек

Оператор $$\hat{Q} = 3z^2 - r^2 = r^2\left(\frac{16\pi}{5}\right)^{1/2} Y_{lm}(\theta,\varphi)$$

Среднее значение $$Q = \begin{bmatrix} e_p \\ e_n \end{bmatrix} \left\langle jj \,|\, \hat{Q} \,|\, jj \right\rangle = -\begin{bmatrix} e_p \\ e_n \end{bmatrix} \frac{2j-1}{2j+2} \left\langle Nl \,|\, r^2 \,|\, Nl \right\rangle, \; e_p = 1, e_n = 0$$

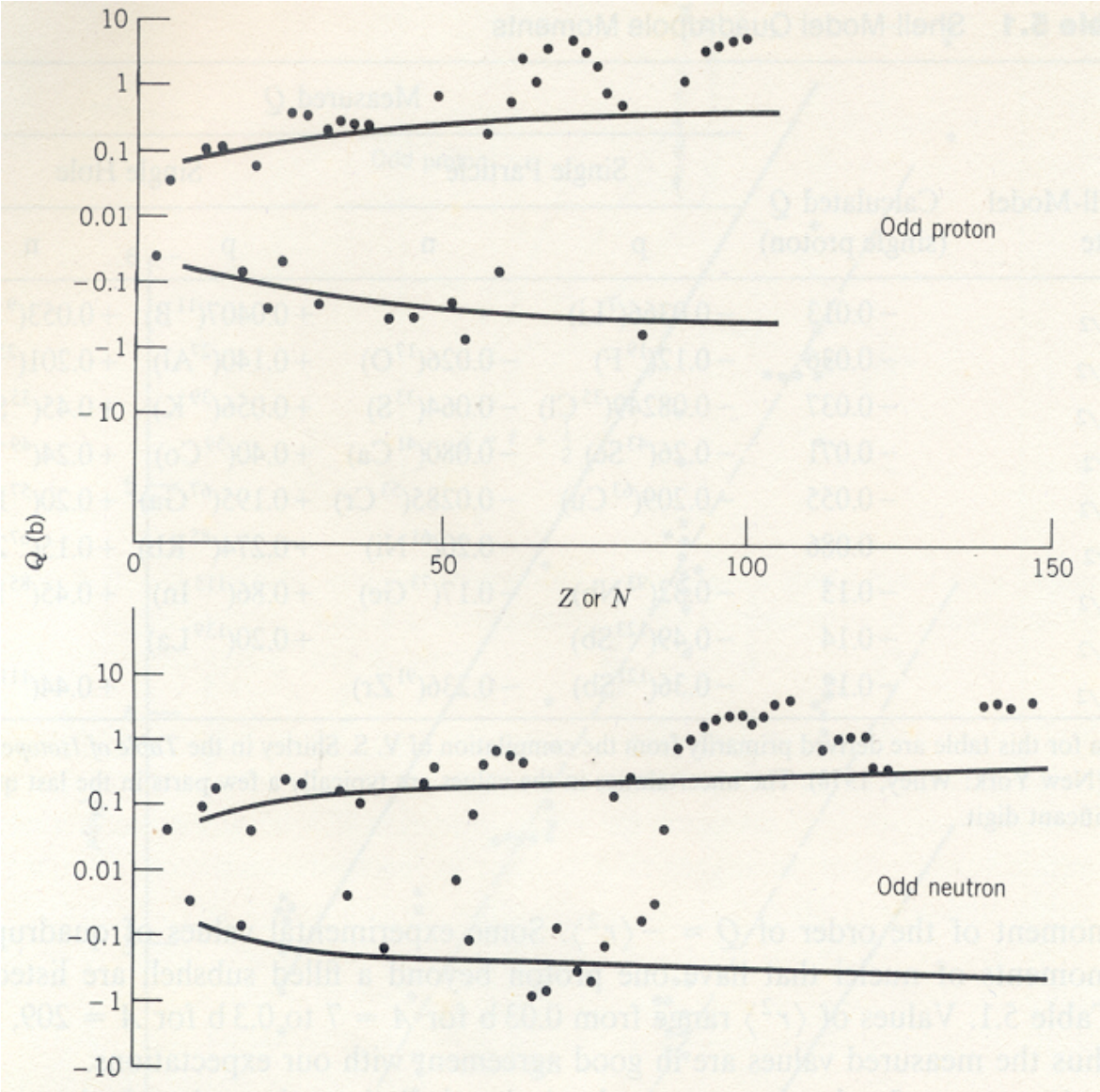
Порядок величины $$\mathrm{Q} \approx \left\langle \mathrm{r}^2 \right\rangle \approx R^2 = 0.014 A^{2/3} \text{ barn}$$

$$Q(hole) = -Q(particle)$$

Поляризация остова ядра внешними нуклонами

Ядро	$^{17}_{8}\mathrm{O}_9$	$^{17}_{9}\mathrm{F}_8$	$^{209}_{83}\mathrm{Bi}_{126}$	$^{115}_{49}\mathrm{In}_{66}$	$^{175}_{71}\mathrm{Lu}_{104}$
Состояние	$\nu d_{5/2}$	$\pi d_{5/2}$	$\pi h_{9/2}$	$(\pi g_{9/2})^{-1}$	$7/2$
$Q_{\exp}(bn)$	-0.026	-0.10	-0.46	0.86	5.68
$Q_{\pi}(bn)$	-0.051	-0.051	-0.30	0.22	0.22
$e_{eff} = Q_{\exp}/Q_{\pi}$	0.51	2.0	1.5	3.9	25.8

Поляризация остова ядра внешними нуклонами



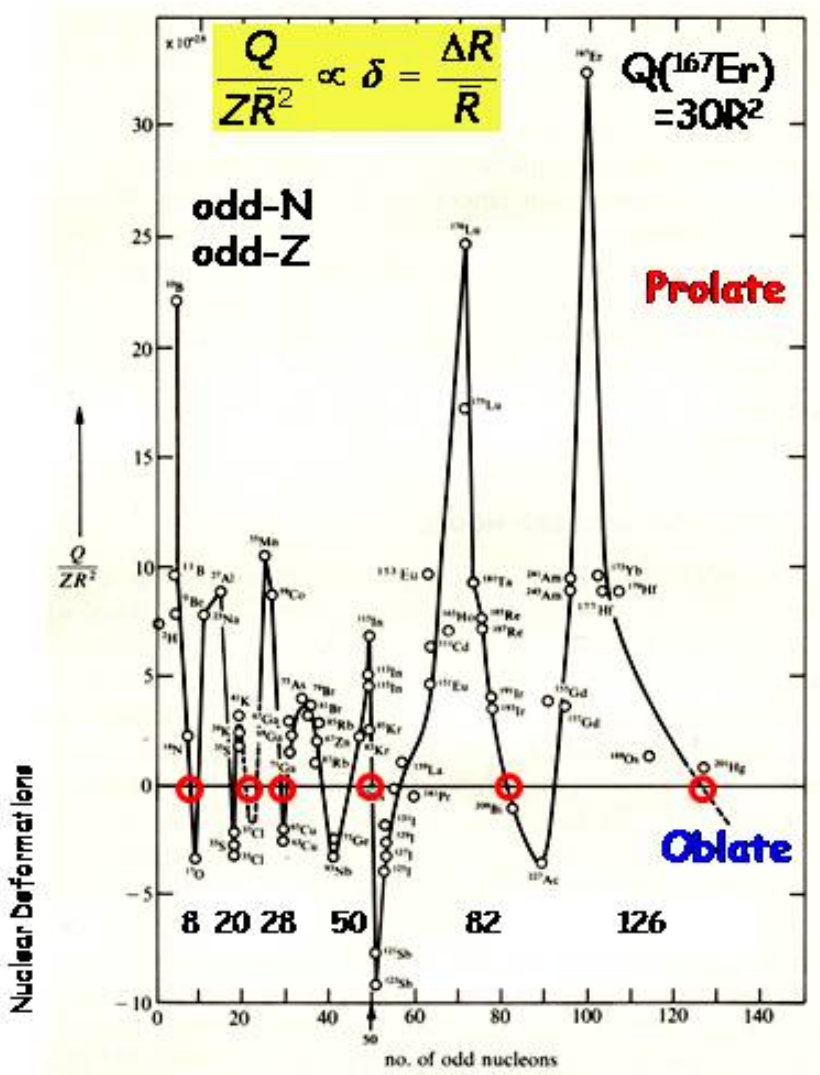
Эффективный заряд

$$e_{\text{eff}} = Q_{\text{exp}} / Q_{one\ \ proton}$$

Коэффициент поляризации

$$\alpha = \frac{e_{\text{eff}} - e_{n,p}}{Ze_p} A$$

Systematics of Electric Quadrupole Moments



W. Udo Schröder, 2007

Mostly prolate (Q>0) heavy nuclei

$^{27}_{13}Al$, $^{55}_{25}Mn$, $^{115}_{49}In$, $^{176}_{71}Lu$, $^{167}_{68}Er$

Q>0 : e.g., hole in spherical core → pattern not obvious. If such nuclei exist, weak effect of hole for Q

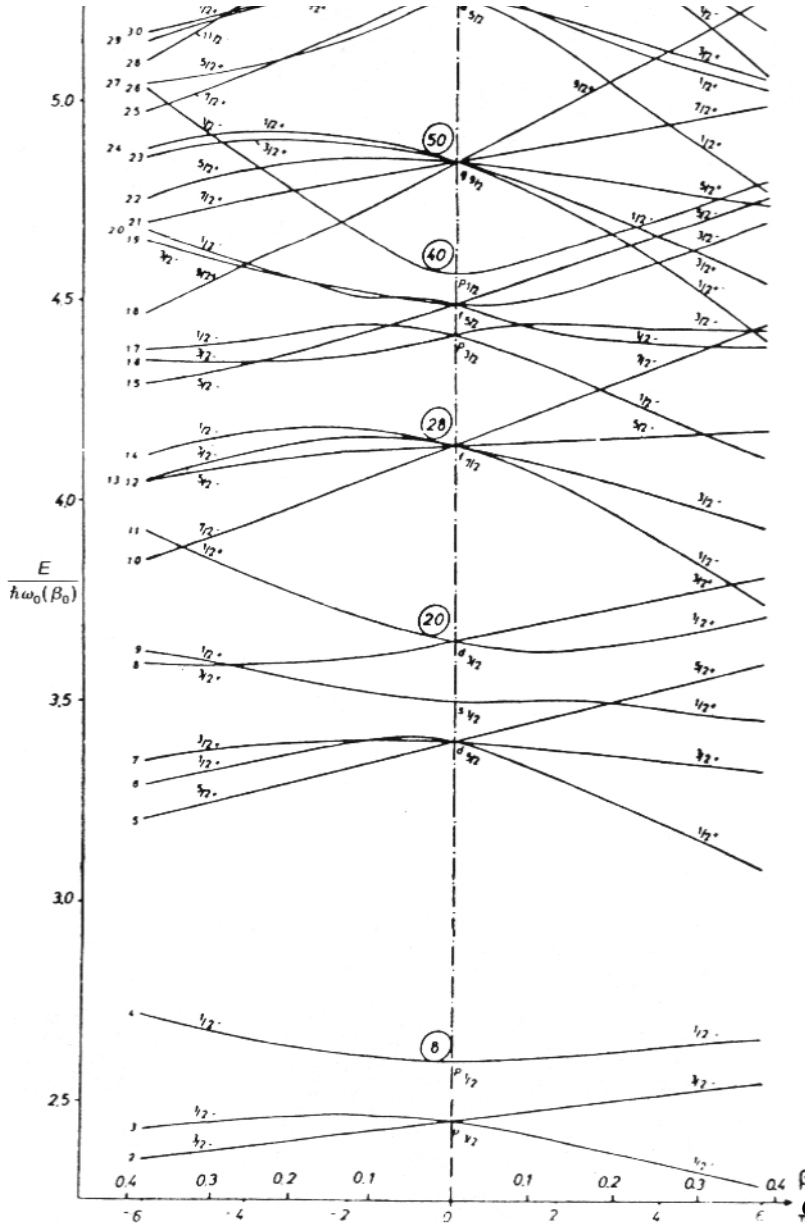
Tightly bound nuclei are spherical: "Magic" N or Z = 8, 20, 28, 50, 82, 126, …

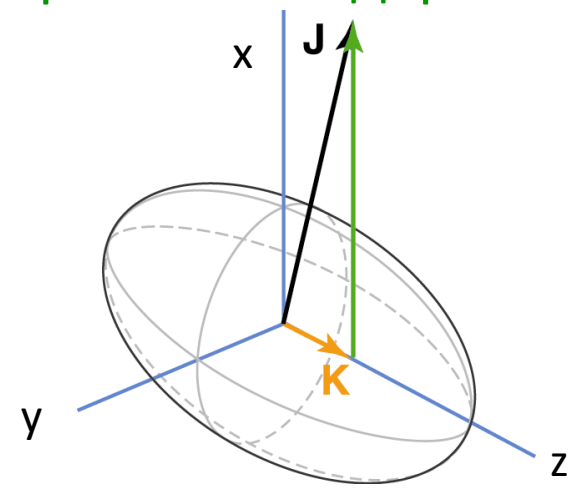
Q<0 : e.g., extra particle around spherical core. pattern recognizable

$^{17}_{8}O$, $^{63}_{29}Cu$, $^{123}_{51}Sb$, $^{209}_{83}Bi$

$$Q = \frac{2}{5}Z(c^2 - a^2) = \frac{4}{5}ZR^2\frac{\Delta R}{R} = \frac{4}{5}ZR^2\delta$$

Среднее поле деформированных ядер





$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m}{2}\left(\omega_x^2 x^2 + \omega_x^2 y^2 + \omega_z^2 z^2\right) - 2\hbar\omega_0 \kappa \vec{\ell}\cdot\vec{s} - \hbar\omega_0 \kappa\mu \vec{\ell}^{\,2}$$

$$\omega_x^2 = \omega_0^2\left(1 + \frac{2}{3}\delta\right) \quad \omega_z^2 = \omega_0^2\left(1 - \frac{4}{3}\delta\right)$$

$$\omega_x\omega_y\omega_z = \omega_z\omega_x^2 = \omega_0^3(\delta), \quad \omega_0(\delta) = 41A^{1/3}\left(1 - \frac{4}{3}\delta^2\right)^{-1/6}$$

$$\delta = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta \approx 0.95\beta, \quad \beta = 1.06\frac{\Delta R}{R}, \quad \beta = 0.2\text{-}0.3$$

Волновая функция $\Psi = D^J_{MK}(\omega)\varphi_K(q)$

$$\delta = \Delta R / R$$

Самосогласованное среднее поле

Вариационный принцип $\frac{\delta}{\delta\varphi_k^*}\left[\langle\Phi|H|\Phi\rangle-\sum_{i=1}^{A}\varepsilon_i\varphi_i^*(\rho)\varphi_i(\rho)\right]=0$

$\varphi_i(\rho)$ $i=1,2,3,\ldots$ - ортонормированная система функций

Гамильтониан $H=\sum_{i,k}T_{ik}a_i^+a_k+\frac{1}{2}\sum_{i,j,k,l}V_{ij,kl}a_i^+a_j^+a_ka_l$

$$T_{ik}=\int\varphi_i^*(\rho)T(\rho)\varphi_k(\rho)d\rho,\ \hat{T}=-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta,\ \ V_{ij,kl}=\int\varphi_i^*(\rho)\varphi_j^*(\rho')V(\rho,\rho')\varphi_k(\rho')\varphi_l(\rho)d\rho d\rho'$$

Операторы рождения и уничтожения нуклонов

$$a_i^+a_k+a_ka_i^+=\delta_{ik},\quad a_i^+a_k^++a_k^+a_i^+=0,\quad a_ia_k+a_ka_i=0,\quad a_i|0\rangle=0$$

Волновая функция основного состояния ядра

$$\Phi=\prod_{k=1}^{A}a_k^+|0\rangle,\quad(\Phi^*|\Phi)=\prod_{k=1}^{A}\langle 0|a_ka_k^+|0\rangle=1$$

$$(\Phi^* \mid a_i^+ a_k \mid \Phi) = \delta_{ik}, \quad (\Phi^* \mid a_i^+ a_j^+ a_k a_l \mid \Phi) = \delta_{il}\delta_{jk} - \delta_{ik}\delta_{jl}$$

$$(\Phi^* \mid H \mid \Phi) = \sum_{i=1}^{A} \int \varphi_j^*(\rho) T \varphi_j(\rho) d\rho + \frac{1}{2} \sum_{i,j}^{A} \int \varphi_i^*(\rho) \varphi_j^*(\rho') V(\rho\rho') \varphi_j(\rho') \varphi_i(\rho) d\rho d\rho' -$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{i,j}^{A} \int \varphi_i^*(\rho) \varphi_j^*(\rho') V(\rho, \rho') \varphi_i(\rho') \varphi_j(\rho) d\rho d\rho'$$

После вариации по $\varphi_\nu^*(\rho)$

$$T\varphi_\nu(\rho) + \sum_{i=1}^{A} \int \varphi_j^*(\rho') V(\rho, \rho') \varphi_j(\rho') \varphi_\nu(\rho) d\rho' - \sum_{j=1}^{A} \int \varphi_j^*(\rho') V(\rho, \rho') \varphi_\nu(\rho') \varphi_j(\rho) d\rho' = \varepsilon_\nu \varphi_\nu(\rho)$$

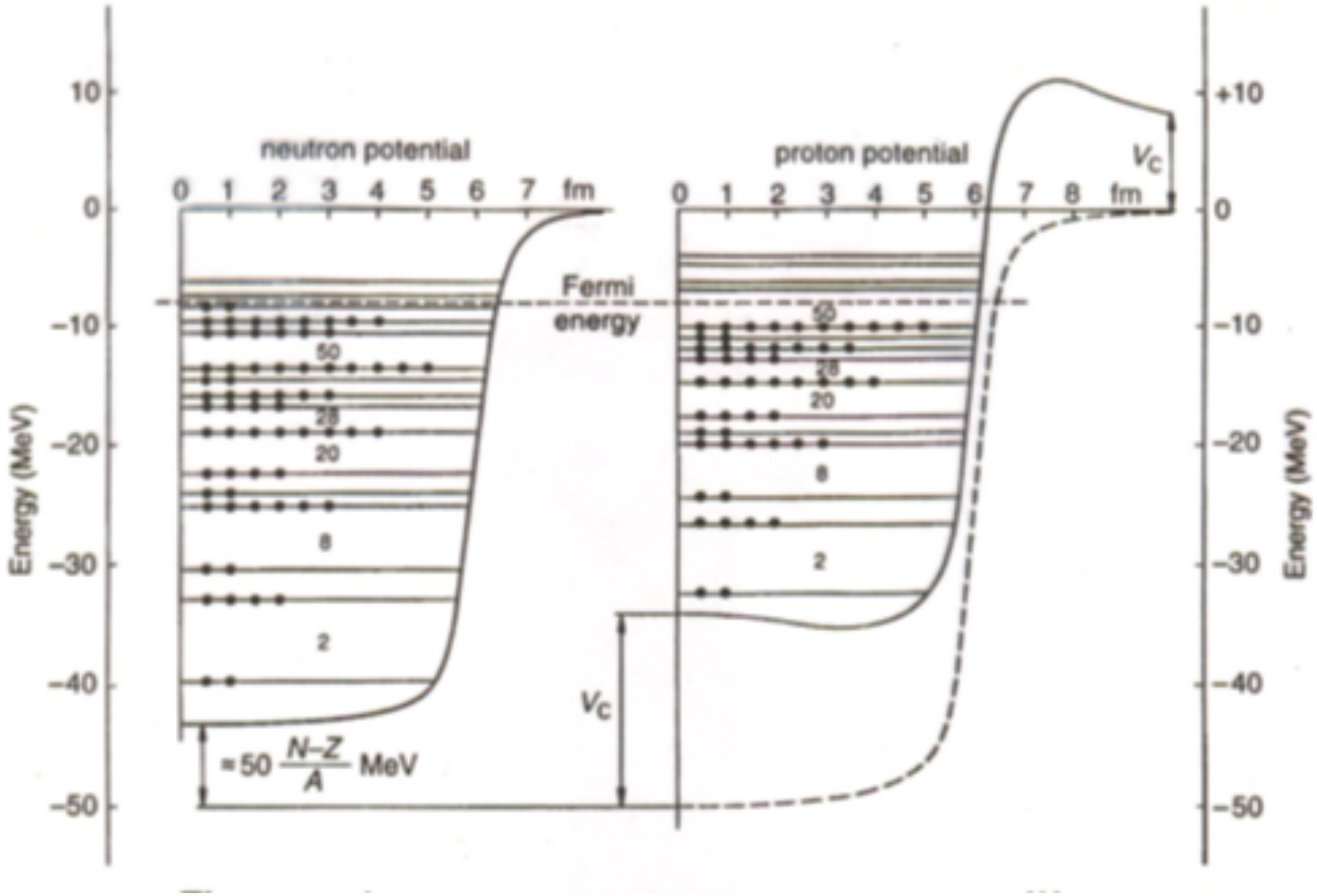
Потенциал Хартри: $\mathrm{U_H}(\rho) = \sum_{j=1}^{A} \int \varphi_j^*(\rho') V(\rho, \rho') \varphi_j(\rho') d\rho' = \int V(\rho, \rho') \Re(\rho') d\rho'$

Обменный "потенциал" Фока: $\mathrm{U_F}(\rho, \rho') = \sum_{j=1}^{A} \varphi_j^*(\rho') V(\rho, \rho') \varphi_j(\rho) d\rho'$

Уравнение для волновых функций и энергий нуклонов в самосогласованном поле ядра

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M} \Delta + U_H(\rho) \right] \varphi_\nu(\rho) + \int U_F(\rho, \rho') \varphi_\nu(\rho') d\rho' = \varepsilon_\nu \varphi_\nu(\rho)$$

Самосогласованный потенциал нейтронов и протонов для ядра Sn-114



Кулоновский потенциал $$V_C(r) = \begin{cases} \dfrac{Ze^2}{r}\left(\dfrac{r^2}{R^2} - 3\right), & r < R \\ \dfrac{Ze^2}{2R}, & r > R \end{cases}$$

Парные корреляции нуклонов

$$H=-\sum_i \frac{\hbar^2}{2M}\Delta+\sum_{i<j} V_{NN}\left(\vec{r}_i-\vec{r}_j\right) \Rightarrow H=\sum_i\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta+U(r_i)\right)+\underbrace{\sum_{i<j} V_{NN}\left(\vec{r}_i-\vec{r}_j\right)-\sum_i U(r_i)}_{\text{Остаточное взаимодействие V}}$$

$$V=V(I=0)+V(I=2)+V(I=3)+V(I=4)+\ldots.$$

Две частицы с I=0 в подоболочке j

$$\Psi_{I=0}(1,2)=\sum_{m=-j}^{j} C^{00}_{jm,j-m}\varphi_{jm}(1)\varphi_{j-m}(2)=\frac{1}{\sqrt{2j+1}}\sum_{m=-j}^{j}\varphi_{jm}(1)\varphi_{j\bar{m}}(2), \quad \Psi_{I=0}(1,2)=-\Psi_{I=0}(2,1)$$

Сопряженное по времени состояние $\varphi_{j\bar{m}}(2)=(-1)^{j-m}\varphi_{j-m}(2)$

Во вторичном квантовании $\varphi_{jm}\to a^+_{jm}|0\rangle, \quad \varphi_{j\bar{m}}\to a^+_{j\bar{m}}|0\rangle,$ поэтому

$$\Psi_{I=0}=\frac{1}{\sqrt{2(2j+1)}}\sum_{m=-j}^{j} a^+_{jm}a^+_{j\bar{m}}|0\rangle=\frac{1}{\sqrt{j+1/2}}\sum_{m=1/2}^{j} a^+_{jm}a^+_{j\bar{m}}|0\rangle$$

Гамильтониан $H=H_0+H_{\text{int}}=\varepsilon_j\sum_{m>0}(a^+_{jm}a_{jm}+a^+_{j\bar{m}}a_{j\bar{m}})-G\sum_{m,m'>0} a^+_{jm}a^+_{j\bar{m}}a_{j\bar{m}'}a_{jm'}$

$$H\Psi_{I=0}=H_0\Psi_{I=0}-\frac{G}{\sqrt{j+1/2}}\sum_{m,m'>0} a^+_{jm}a^+_{j\bar{m}}a_{j\bar{m}'}a_{jm'}\sum_{\mu=1/2}^{j} a^+_{j\mu}a^+_{j\bar{\mu}}|0\rangle=[2\varepsilon_j-G(j+1/2)]\Psi_{I=0}$$

$$H\Psi_{I\neq 0}=2\varepsilon_j\Psi_{I\neq 0}$$

Метод Бардина-Купера-Шриффера (метод БКШ)

Гамильтониан $H=\sum_{\nu}\varepsilon_{\nu}(a_{\nu}^{+}a_{\nu}+a_{\bar{\nu}}^{+}a_{\bar{\nu}})-G\sum_{\nu,\nu'}a_{\nu}^{+}a_{\bar{\nu}}^{+}a_{\bar{\nu}'}a_{\nu'}$. ν,ν' - одночастичные состояния

Вариационная функция $\Psi_{BCS}=\prod_{\nu}(U_{\nu}+V_{\nu}a_{\nu}^{+}a_{\bar{\nu}}^{+})|0\rangle=|\tilde{0}\rangle,\qquad a_{\nu}|0\rangle=a_{\bar{\nu}}|0\rangle$

Нормировка $\langle\tilde{0}|\tilde{0}\rangle=\langle 0|\prod_{\nu}(U_{\nu}+V_{\nu}a_{\bar{\nu}}a_{\nu})(U_{\nu}+V_{\nu}a_{\nu}^{+}a_{\bar{\nu}}^{+})|0\rangle=\prod_{\nu}(U_{\nu}^{2}+V_{\nu}^{2})=1,\quad U_{\nu}^{2}+V_{\nu}^{2}=1$

Число частиц четное $\Psi_{BCS}=\psi_0+\psi_2+\psi_4+\ldots,$ но не определено

Задача с фиксированым числом частиц:

$\min E'(U_{\nu},V_{\nu})=\min\langle\tilde{0}|H-\lambda\sum_{\nu}(a_{\nu}^{+}a_{\nu}+a_{\bar{\nu}}^{+}a_{\bar{\nu}})|\tilde{0}\rangle$ при условии $\langle\tilde{0}|\sum_{\nu}(a_{\nu}^{+}a_{\nu}+a_{\bar{\nu}}^{+}a_{\bar{\nu}})|\tilde{0}\rangle=n$

Вычисление средних значений

$$\langle\tilde{0}|a_{\nu}^{+}a_{\nu}|\tilde{0}\rangle=\langle 0|(U_{\nu}+V_{\nu}a_{\bar{\nu}}a_{\nu})a_{\nu}^{+}a_{\nu}(U_{\nu}+V_{\nu}a_{\nu}^{+}a_{\bar{\nu}}^{+})|0\rangle=V_{\nu}^{2},\qquad \langle\tilde{0}|a_{\bar{\nu}}^{+}a_{\bar{\nu}}|\tilde{0}\rangle=V_{\nu}^{2}$$

$$\langle\tilde{0}|a_{\nu}^{+}a_{\bar{\nu}}^{+}a_{\bar{\nu}}a_{\nu}|\tilde{0}\rangle=\langle 0|(U_{\nu}+V_{\nu}a_{\bar{\nu}}a_{\nu})a_{\nu}^{+}a_{\bar{\nu}}^{+}a_{\bar{\nu}}a_{\nu}(U_{\nu}+V_{\nu}a_{\nu}^{+}a_{\bar{\nu}}^{+})|0\rangle=V_{\nu}^{2}$$

$$\langle\tilde{0}|a_{\nu}^{+}a_{\bar{\nu}}^{+}a_{\bar{\nu}'}a_{\nu'}|\tilde{0}\rangle=\langle 0|(U_{\nu}+V_{\nu}a_{\bar{\nu}}a_{\nu})a_{\nu}^{+}a_{\bar{\nu}}^{+}(U_{\nu}+V_{\nu}a_{\nu}^{+}a_{\bar{\nu}}^{+})(U_{\nu'}+V_{\nu'}a_{\bar{\nu}'}a_{\nu'})a_{\bar{\nu}'}a_{\nu'}(U_{\nu'}+V_{\nu'}a_{\nu'}^{+}a_{\bar{\nu}'}^{+})|0\rangle=$$

$$=U_{\nu}V_{\nu}U_{\nu'}V_{\nu'},\ \text{если}\ \nu\neq\nu'$$

Функционал и его минимизация

$$E_0^{'}(V_\nu) = \left\langle \widetilde{0} \middle| H' \middle| \widetilde{0} \right\rangle = 2\sum_\nu (\varepsilon_\nu - \lambda) V_\nu^2 - G\sum_\nu U_\nu V_\nu \sum_{\nu'} U_{\nu'} V_{\nu'} - G\sum_\nu V_\nu^4$$

$$\frac{\partial U_\nu}{\partial V_\nu} = \frac{\partial}{\partial V_\nu}\sqrt{1 - V_\nu^2} = -\frac{V_\nu}{U_\nu},$$

$$\frac{\partial E'}{\partial V_\nu} = 4(\varepsilon_\nu - \lambda)V_\nu - 2G\sum_{\nu'} U_{\nu'} V_{\nu'} \left(U_\nu - V_\nu \frac{V_\nu}{U_\nu} \right) = 0$$

Уравнения для определения U и V

$$\begin{cases} 2(\varepsilon_\nu - \lambda)U_\nu V_\nu - \Delta(U_\nu^2 - V_\nu^2) = 0 \\ U_\nu^2 + V_\nu^2 = 1 \end{cases}$$

$$\Delta = G\sum_\nu U_\nu V_\nu$$

$$U_\nu = \left[\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\varepsilon_\nu - \lambda}{E_\nu} \right) \right]^{1/2}, \qquad V_\nu = \left[\frac{1}{2}\left(1 - \frac{\varepsilon_\nu - \lambda}{E_\nu} \right) \right]^{1/2}$$

$$E_\nu = \sqrt{(\varepsilon_\nu - \lambda)^2 + \Delta^2}$$

Уравнения для определения Δ и λ

$$\Delta = G\sum_{\nu} U_{\nu}V_{\nu} = G\sum_{\nu}\frac{\Delta}{2E_{\nu}}$$

$$\frac{2}{G} = \sum_{\nu}\frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_{\nu}-\lambda)^2+\Delta^2}}$$

$$n = 2\sum_{\nu} V_{\nu}^2$$

$$n = \sum_{\nu}\frac{\varepsilon_{\nu}-\lambda}{\sqrt{(\varepsilon_{\nu}-\lambda)^2+\Delta^2}}$$

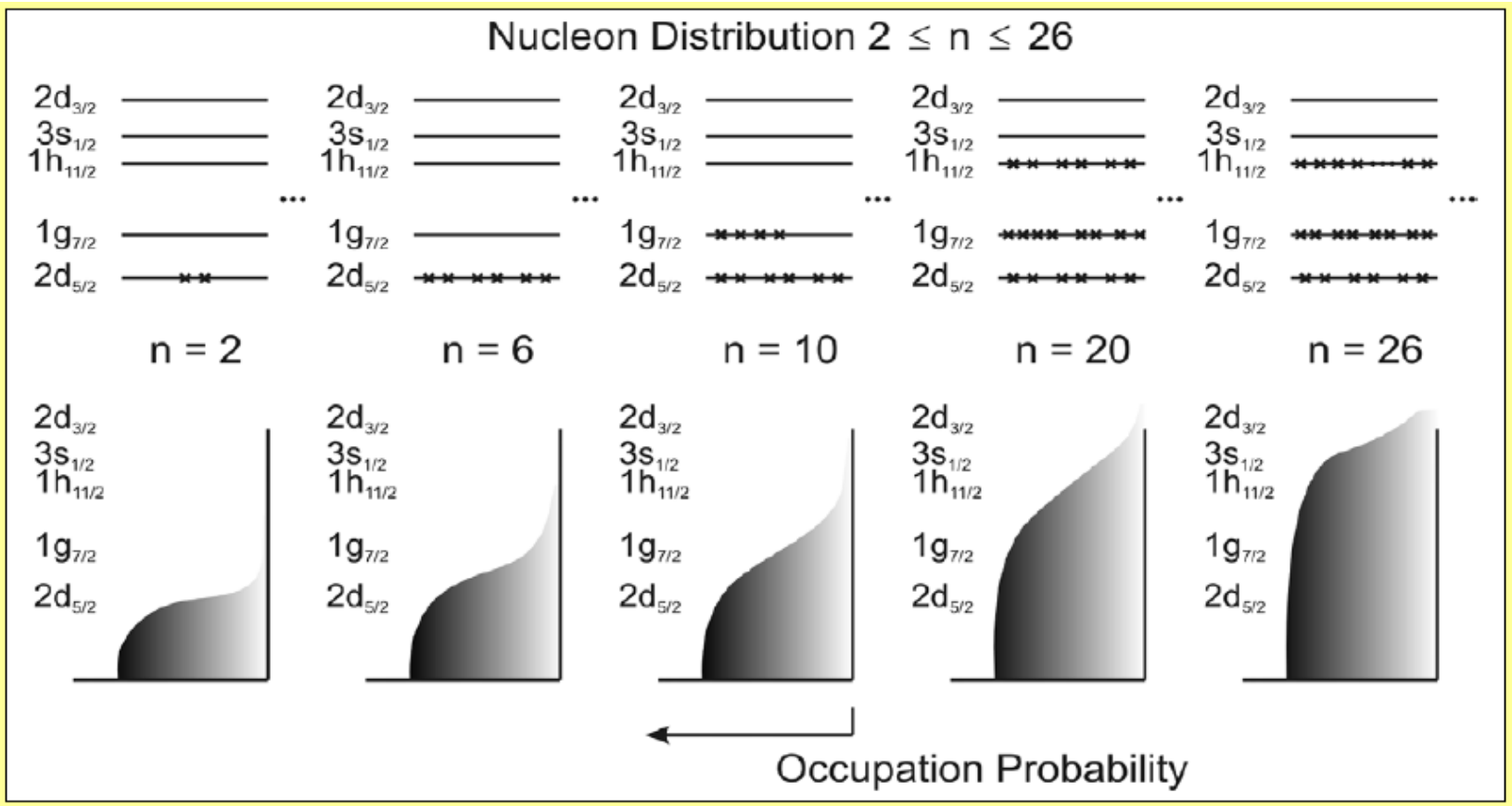
Химпотенциал или энергия Ферми

Условие постоянства числа частиц $\dfrac{\partial E_0^{'}}{\partial n} = \dfrac{\partial}{\partial n}(E_0 - \lambda n) = 0$

Определение $\lambda = \dfrac{\partial E_0}{\partial n}$

Вероятность заполнения одночастичных состояний

$$\left\langle \tilde{0} \,|\, a_\nu^+ a_\nu \,|\, \tilde{0} \right\rangle = V_\nu^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\varepsilon_\nu - \lambda}{\sqrt{(\varepsilon_\nu - \lambda)^2 + \Delta^2}}\right)$$



Низшее возбужденное состояние

Волновая функция $\Psi_{2\mu} = (-V_\mu + U_\mu a_\mu^+ a_{\bar\mu}^+)\prod_{\nu\neq\mu}(U_\nu + V_\nu a_\nu^+ a_{\bar\nu}^+)|0\rangle, \qquad \langle\tilde{0}|\Psi_{2\mu}) = 0$

Матричные элементы: $\left(\Psi_{2\mu}^* \,|\, a_\nu^+ a_\nu \,|\, \Psi_{2\mu}\right) = V_\nu^2, \qquad \left(\Psi_{2\mu}^* \,|\, a_\mu^+ a_\mu \,|\, \Psi_{2\mu}\right) = U_\mu^2,$

$$\left(\Psi_{2\mu}^* \,|\, a_\nu^+ a_{\bar\nu}^+ a_{\bar\nu'} a_{\nu'} \,|\, \Psi_{2\mu}\right) = U_\nu V_\nu U_{\nu'} V_{\nu'} \text{ или } V_\nu^2, \text{ если } \nu' = \nu$$

$$\left(\Psi_{2\mu}^* \,|\, a_\nu^+ a_{\bar\nu}^+ a_{\bar\mu} a_\mu \,|\, \Psi_{2\mu}\right) = -U_\nu V_\nu U_\mu V_\mu, \quad \left(\Psi_{2\mu}^* \,|\, a_\mu^+ a_{\bar\mu}^+ a_{\bar\mu} a_\mu \,|\, \Psi_{2\mu}\right) = U_\mu^2$$

Энергия возбуждения $\left(\Psi_{2\mu}^* \,|\, H' \,|\, \Psi_{2\mu}\right) - \langle\tilde{0}\,|\,H'\,|\,\tilde{0}\rangle =$

$$= 2(\varepsilon_\mu - \lambda)(U_\mu^2 - V_\mu^2) + 4\Delta U_\mu V_\mu = 2\sqrt{(\varepsilon_\mu - \lambda)^2 + \Delta^2} \approx 2\Delta$$

Произвольное возбужденное состояние

Волновая функция $\Psi_{\mu\kappa} = a_\mu^+ a_\kappa^+ \prod_{\nu\neq\mu,\kappa}(U_\nu + V_\nu a_\nu^+ a_{\bar\nu}^+)|0\rangle, \qquad \langle\tilde{0}|\Psi_{\mu\kappa}) = 0$

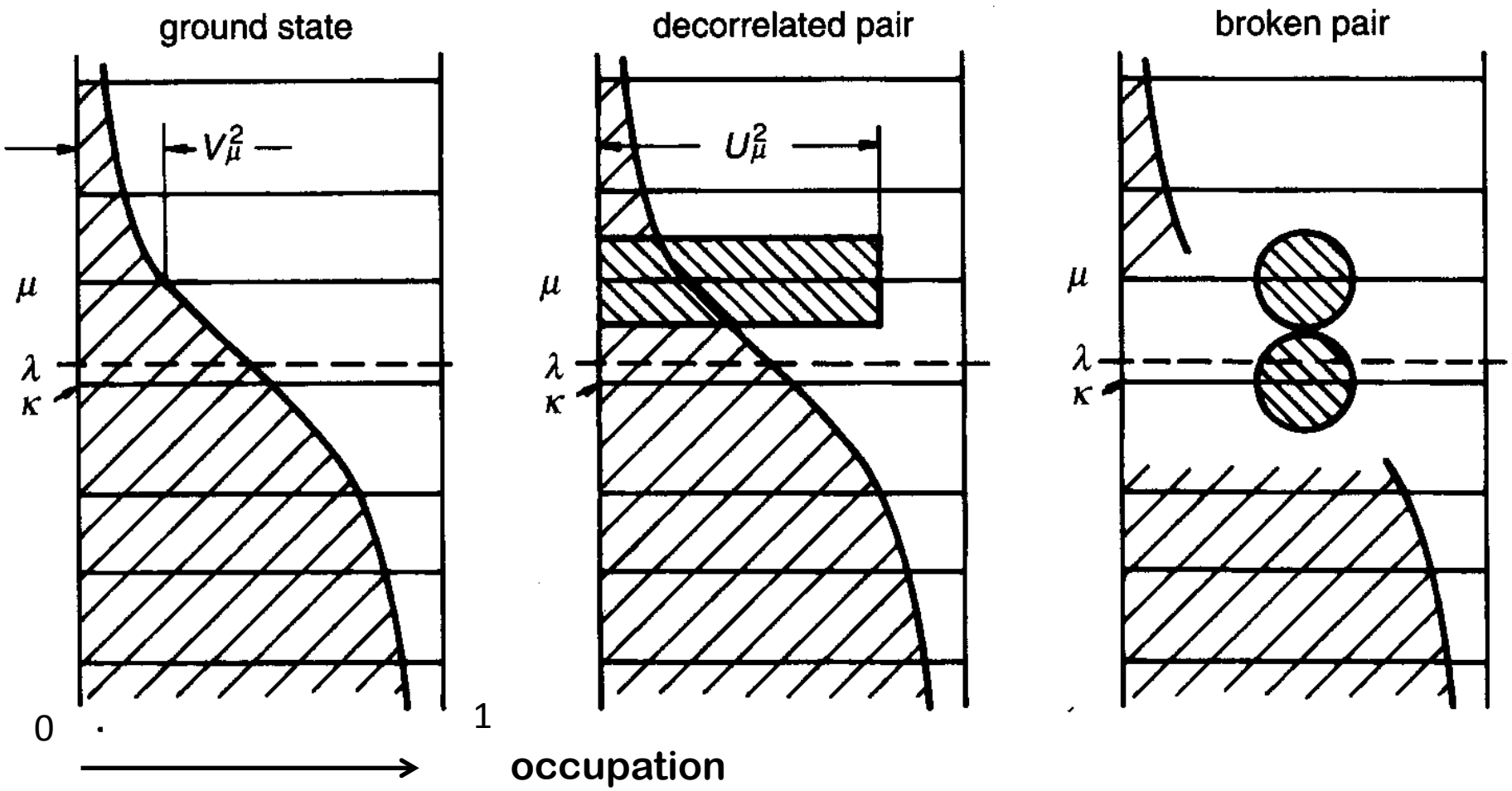
Матричные элементы $\left(\Psi_{\mu\kappa}^* \,|\, a_\mu^+ a_\mu \,|\, \Psi_{\mu\kappa}\right) = \left(\Psi_{\mu\kappa}^* \,|\, a_\kappa^+ a_\kappa \,|\, \Psi_{\mu\kappa}\right) = 1,$

$$\left(\Psi_{\mu\kappa}^* \,|\, a_\nu^+ a_{\bar\nu}^+ a_{\bar\mu} a_\mu \,|\, \Psi_{\mu\kappa}\right) = \left(\Psi_{\mu\kappa}^* \,|\, a_\mu^+ a_{\bar\mu}^+ a_{\bar\mu} a_\mu \,|\, \Psi_{\mu\kappa}\right) = 0$$

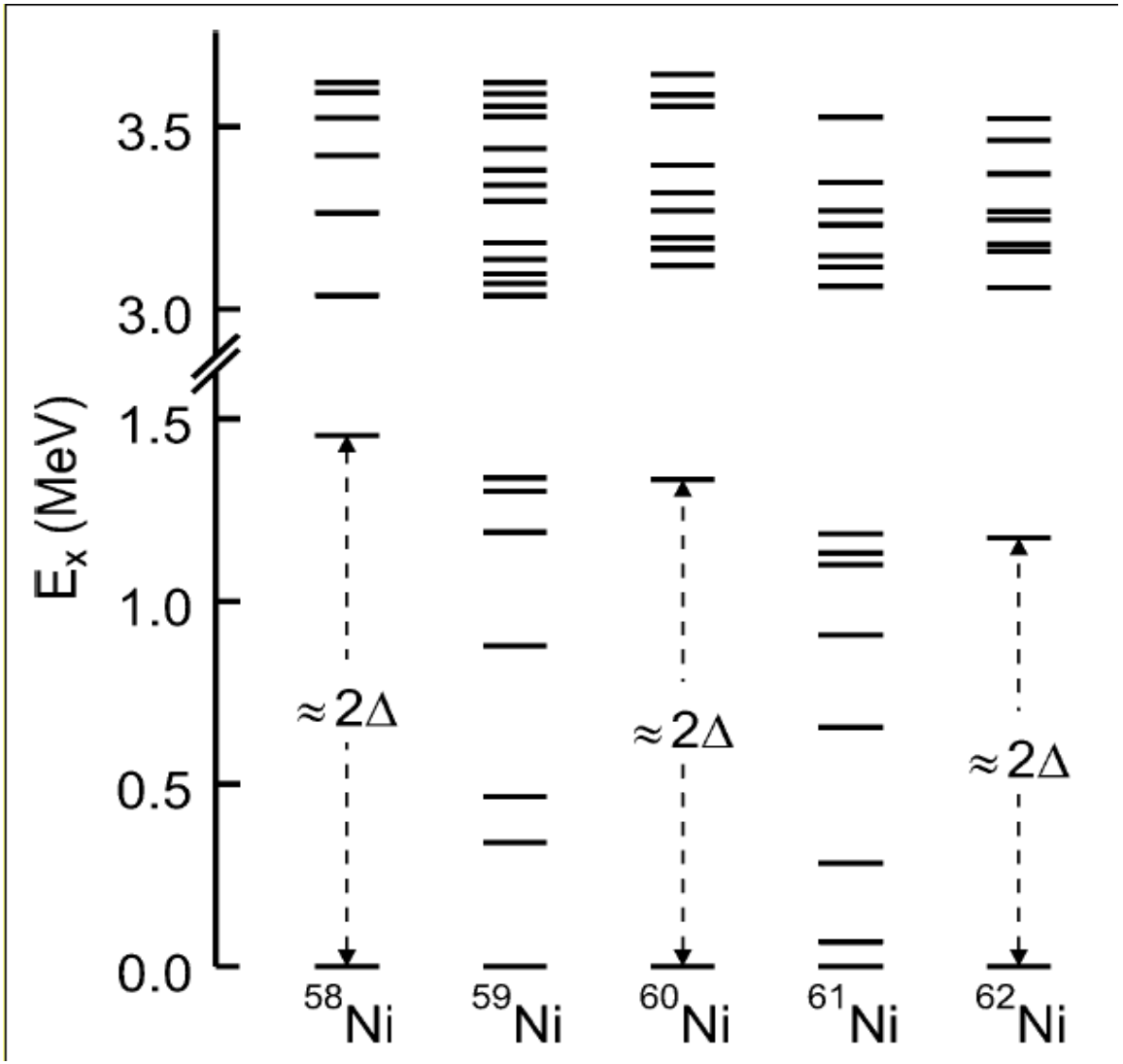
$$\left(\Psi_{\mu\kappa}^* \,|\, H' \,|\, \Psi_{\mu\kappa}\right) - \langle\tilde{0}|H'|\bar{0}\rangle = (\varepsilon_\mu - \lambda)(U_\mu^2 - V_\mu^2) + (\varepsilon_\kappa - \lambda)(U_\kappa^2 - V_\kappa^2) +$$

$$+ 2\Delta(U_\mu V_\mu + U_\kappa V_\kappa) = E_\mu + E_\kappa$$

Заполнение одночастичных уровней для основного и возбужденных состояний



Возбужденные состояния в изотопах Ni



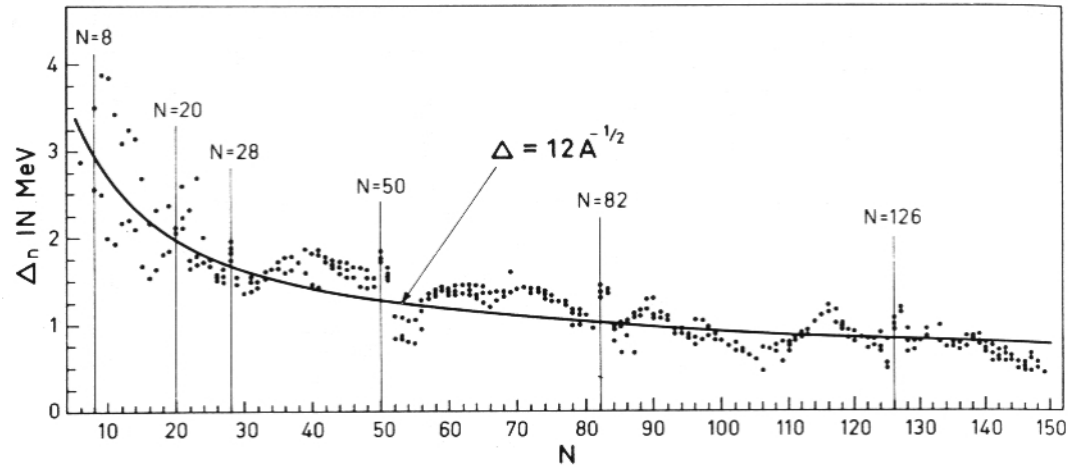
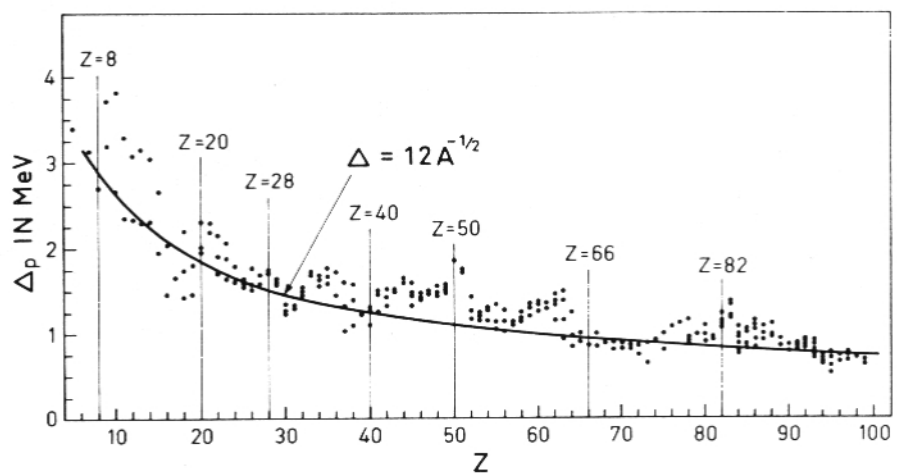
Нечетное число нейтронов или протонов

$$\Psi_\mu = a_\mu^+ \prod_{\nu\neq\mu}(U_\nu + V_\nu a_\nu^+ a_{\bar{\nu}}^+) \qquad \left\langle \tilde{0} \middle| \Psi_\mu \right) = 0 \qquad (\Psi_\mu^* | a_\nu^+ a_\nu | \Psi_\mu) = V_\nu^2 \qquad (\Psi_\mu^* | a_\mu^+ a_\mu | \Psi_\mu) = 1$$

$$(\Psi_\mu^* | H' | \Psi_\mu) - \left\langle \tilde{0} \middle| H' \middle| \tilde{0} \right\rangle = (\varepsilon_\mu - \lambda)(U_\mu^2 - V_\nu^2) + 2\Delta U_\mu V_\mu = \sqrt{(\varepsilon_\mu - \lambda)^2 + \Delta^2} \approx \Delta$$

$$\Delta_n = \tfrac{1}{4}\{B(N-2,Z) - 3B(N-1,Z) + 3B(N,Z) - B(N+1,Z)\}$$

$$\Delta_p = \tfrac{1}{4}\{B(N,Z-2) - 3B(N,Z-1) + 3B(N,Z) - B(N,Z+1)\}$$



$$\delta = \begin{cases} 12A^{-1/2}\ \text{MeV}, & \text{even-even} \\ 0, & \text{even-odd, odd-even} \\ -12A^{-1/2} + 20A^{-1}\ \text{MeV}, & \text{odd-odd} \end{cases}$$